

TRƯỜNG THPT SƯƠNG NGUYỆT ANH

A. CHỦ ĐỀ: GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. (nhận biết) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d và d' . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cos \alpha \geq 0$. C. $\cos \alpha \geq 0$. D. $\sin \alpha \leq 0$.

Câu 2. (thông hiểu) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 3. (thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 4. (thông hiểu) Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 5. (vận dụng) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB , và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 120° .

Câu 6. (vận dụng) Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Bài 1. (thông hiểu) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$.

Bài 2. (thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông có $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$, $SA \perp AB, SA \perp AD$. Tính góc giữa SB và CD .

Bài 3. (vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Chứng minh hai đường thẳng MN, SC vuông góc.

Bài 4. (vận dụng) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Chứng minh $IE \perp JF$.

Bài 5. (Vận dụng) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . Biết $AD = BC = 4a$, $MN = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa AD và BC .

Bài 6: (Vận dụng) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Chứng minh BC vuông góc AD .

B. CHỦ ĐỀ: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: Chọn phương án đúng trong các phương án **A, B, C, D**

Câu 1. (Nhận biết) Cho hai đường thẳng a, b song song. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng a . Chọn khẳng định đúng?

- A. $b \parallel (P)$
- B. $b \perp (P)$
- C. $b \subset (P)$
- D. b cắt và không vuông góc với (P)

Câu 2. (Nhận biết) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. $SA \perp (ABCD)$. Chọn kết quả đúng:

- A. $BD \perp (SAD)$.
- B. $BD \perp (SAC)$.
- C. $BD \perp (SAB)$.
- D. $BD \perp (SCD)$.

Câu 3. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, biết SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG** ?

- A. AC vuông góc với BD .
- B. AC vuông góc với SD .
- C. AC vuông góc với SB .
- D. AC vuông góc với SA .

Câu 4. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AB = 2AD, AD = CD$. Khi đó đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng:

- A. AB .
- B. AD .
- C. SC
- D. SD

Câu 5. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

- A. BD vuông góc với $mp(SAC)$.
- B. BC vuông góc với $mp(SAB)$.
- C. AB vuông góc với $mp(SCD)$.
- D. CD vuông góc với $mp(SBC)$

Câu 6. (Vận dụng) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, K lần lượt là tâm của hình vuông $ADD'A'$ và $(BCC'B')$. Bạn Linh giải bài toán: Chứng minh $IK \perp (BCC'B')$ theo các bước sau:

(I) Ta có $IK \parallel AB$

(II) Và $AB \perp (BCC'B')$

(III) Suy ra $IK \perp (BCC'B')$

Bài giải trên sai ở bước nào?

- A. (I)
- B. (II)
- C. (III)
- D. Không sai bước nào.

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Bài 1. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AC . Chứng minh MN vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

Bài 2. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Từ điểm C kẻ đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (SAD) . Chứng minh: $MN \parallel d$.

Bài 3. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , biết SA vuông góc với mặt đáy, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng SB . Chứng minh AH vuông góc mặt phẳng (SBC) .

Câu 4. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $AH \parallel (MBD)$

Bài 5. (Vận dụng cao) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi d_1 là giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SDC) , d_2 là giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Điểm O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm SC . Chứng minh OM vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 6. (Vận dụng cao) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N, K lần lượt là hình chiếu của điểm A lên SB, SD, SC . Chứng minh bốn điểm A, M, K, N cùng nằm trong một mặt phẳng.

HƯỚNG DẪN CHẤM

A. CHỦ ĐỀ : GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Phương án chọn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
C	D	A	A	C	D

Câu 1. (nhận biết) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d và d' . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cos \alpha \geq 0$. C. $\cos \alpha \leq 0$. D. $\sin \alpha \leq 0$.

Lời giải

Chọn C vì $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$

Câu 2. (thông hiểu) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C

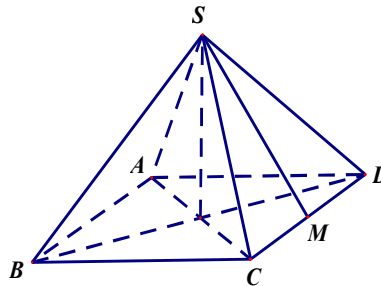
Vì $(\widehat{AC, B'D'}) = (\widehat{AC, BD}) = 90^\circ$.

Câu 3. (thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB \parallel CD$ nên $(\widehat{AB; SC}) = (\widehat{CD; SC}) = \widehat{SCD}$.

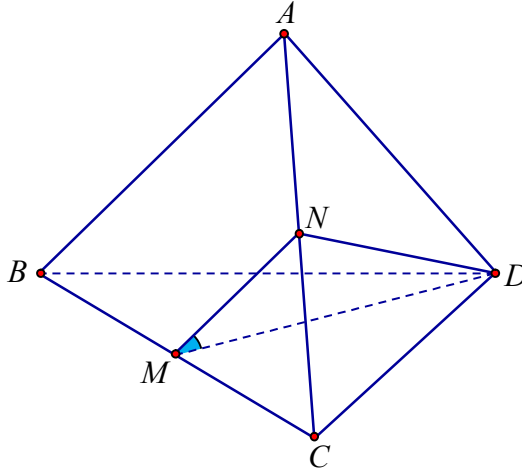
Gọi M là trung điểm của CD . Tam giác SCM vuông tại M và có $SC = a\sqrt{2}$, $CM = a$ nên là tam giác vuông cân tại M nên $\widehat{SCD} = 45^\circ$. Vậy $(\widehat{AB; SC}) = 45^\circ$.

Câu 4. (thông hiểu) Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(\widehat{AB, DM})$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm của AC và a là độ dài cạnh tứ diện đều.

Ta có $MN \parallel AB \Rightarrow \widehat{(AB, DM)} = \widehat{(MN, DM)} = \widehat{DMN}$.

Tam giác DMN có $DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$

$$\text{nên } \cos \widehat{DMN} = \frac{DM^2 + MN^2 - DN^2}{2 \cdot DM \cdot MN} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } \cos \widehat{(AB, DM)} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 5. (vận dụng) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB , và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

A. 30° .

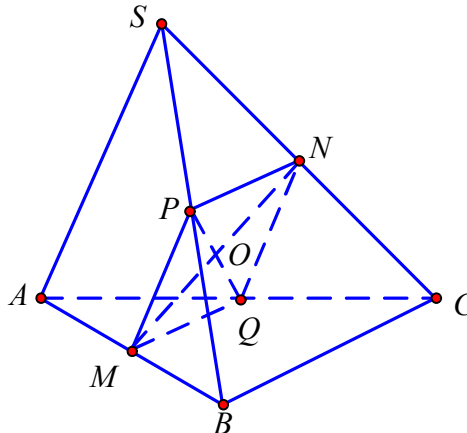
B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải

Chọn C



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, AC . Khi đó MP, NQ, MQ, PN lần lượt là đường trung bình của tam giác SAB, SAC, ABC, SBC nên $MP \parallel NQ \parallel SA$; $PN \parallel MQ \parallel BC$ và

$MP = NQ = \frac{1}{2}SA = a$; $PN = MQ = \frac{1}{2}BC = a$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng SA và BC là góc \widehat{PMQ} và tứ giác $MPNQ$ là hình thoi.

Xét hình thoi $MPNQ$: gọi O giao điểm của hai đường chéo; vì $MN = a\sqrt{3}$ nên $MO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

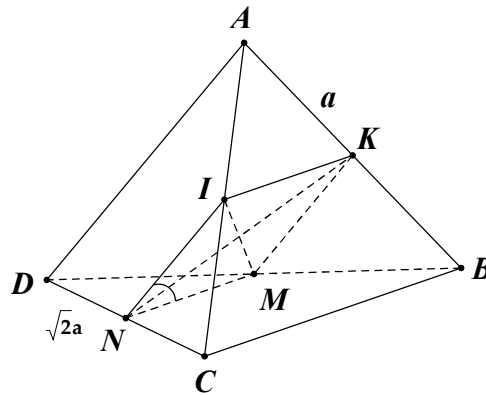
Xét tam giác vuông MOQ thì $OQ = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow PQ = a$, khi đó tam giác PMQ đều hay $\widehat{PMQ} = 60^\circ$.

Câu 6. (vận dụng) Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài các cạnh $AB = AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . **D. 60° .**

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N, I, K lần lượt là trung điểm các cạnh BD, DC, AC, AB thì $MNIK$ là hình thoi.

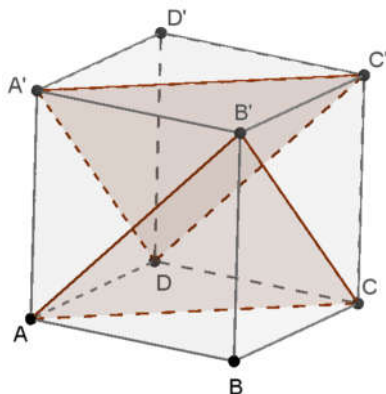
$$\Delta KCD \text{ cân tại } K \text{ nên } KN \perp CD \Rightarrow KN = \sqrt{KD^2 - ND^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta NIK \text{ là tam giác đều} \Rightarrow \widehat{NIK} = 60^\circ \Rightarrow (\widehat{AD, BC}) = (\widehat{IN, IK}) = \widehat{NIK} = 60^\circ.$$

II. PHÂN TỰ LUẬN:

Bài 1. (thông hiểu) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$.

Lời giải



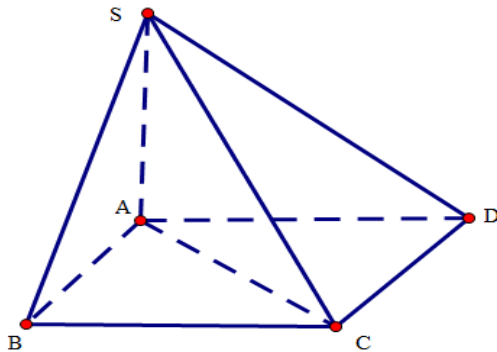
Do $AC // A'C'$ nên $(AC, A'D) = (A'C', A'D)$

Mà $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên các tam giác $AB'C'; A'C'D$ là các tam giác đều
 $\Rightarrow \widehat{DA'C'} = 60^\circ$

Vậy $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = 60^\circ$

Bài 2. (thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông có $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$,
 $SA \perp AB, SA \perp AD$. Tính góc giữa SB và CD .

Lời giải



Ta có: $SA \perp (ABCD)$

Vì $AB // CD$

Nên $(SB, CD) = (SB, BA) = \widehat{SBA}$

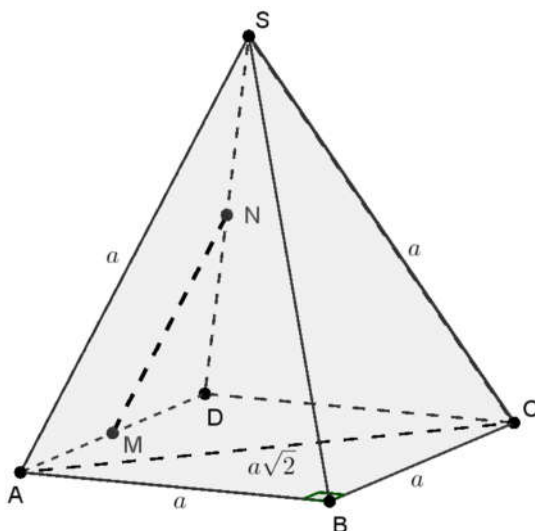
$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = a$

Tam giác SBA vuông cân tại A

Vậy $(SB, CD) = (SB, BA) = \widehat{SBA} = 45^\circ$

Bài 3. (vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Chứng minh hai đường thẳng MN, SC vuông góc.

Lời giải



Ta có: $MN // SA \Rightarrow (MN, SC) = (SA, SC) = \widehat{ASC}$

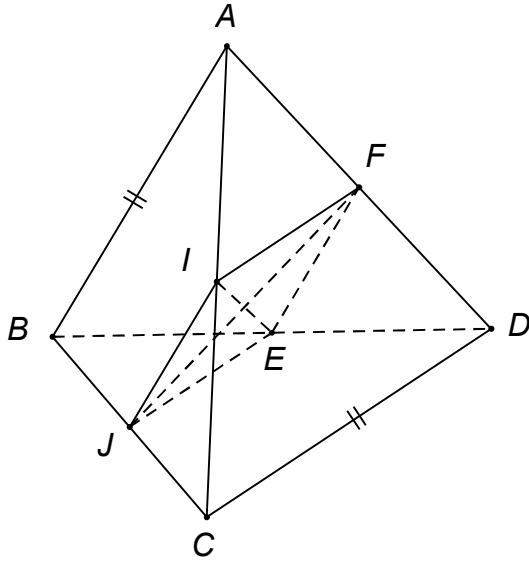
Ta lại có: $AC = a\sqrt{2}$. Xét ΔSAC , nhận thấy: $AC^2 = SA^2 + SC^2$.

Theo định lí Pitago đảo, ΔSAC vuông tại S. Suy ra: $\widehat{ASC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{(MN, SC)} = \widehat{(SA, SC)} = 90^\circ$.

Vậy hai đường thẳng MN, SC vuông góc.

Bài 4. (vận dụng) Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Chứng minh $IE \perp JF$.

Lời giải



Ta có IF là đường trung bình của $\Delta ACD \Rightarrow \begin{cases} IF // CD \\ IF = \frac{1}{2} CD \end{cases}$.

Lại có JE là đường trung bình của $\Delta BCD \Rightarrow \begin{cases} JE // CD \\ JE = \frac{1}{2} CD \end{cases}$.

$\Rightarrow \begin{cases} IF = JE \\ IF // JE \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác IJEF là hình bình hành.

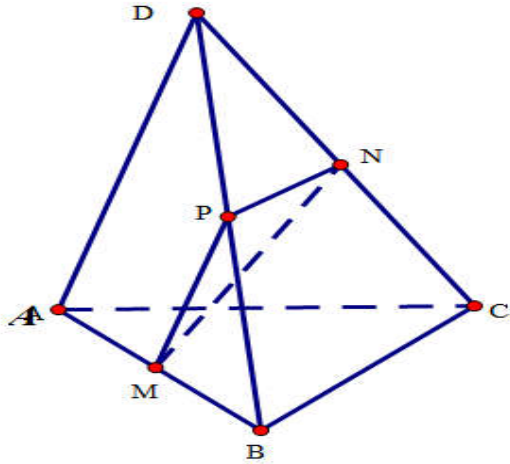
Mặt khác: $\begin{cases} IJ = \frac{1}{2} AB \\ JE = \frac{1}{2} CD \end{cases}$. Mà $AB = CD \Rightarrow IJ = JE$.

Do đó IJEF là hình thoi. Suy ra $\widehat{(IE, JF)} = 90^\circ$.

Vậy $IE \perp JF$

Bài 5. (vận dụng) Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD. Biết $AD = BC = 4a$, $MN = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa AD và BC.

Lời giải



Gọi P là trung điểm của BD

$BC \parallel PN, AD \parallel MP$

$$\widehat{(AD, BC)} = \widehat{(PM, PN)} = \widehat{MPN}$$

$PN = MP = 2a$

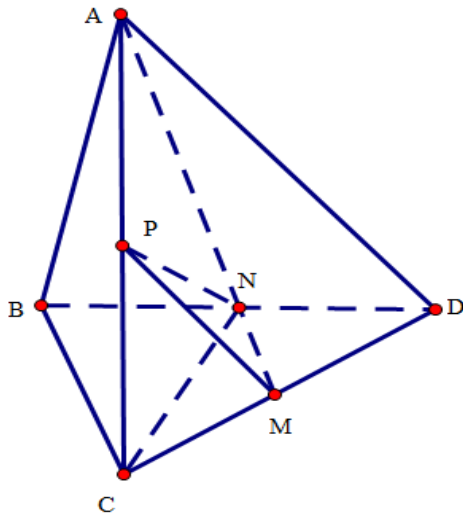
$$\cos \widehat{MPN} = \frac{PM^2 + PN^2 - MN^2}{2 \cdot PM \cdot PN} = -\frac{1}{2}$$

$$\widehat{MPN} = 120^\circ$$

$$\text{Vậy } \widehat{(AD, BC)} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Bài 6: (vận dụng) Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Chứng minh BC vuông góc AD.

Lời giải



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, BD, AC

$MN \parallel BC, PM \parallel AD$

$$\widehat{(BC, AD)} = \widehat{(MN, PM)} = \widehat{PMN}$$

$$PM = NM = \frac{a}{2}$$

$$AN = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Đường trung tuyến của tam giác ANC

$$NP^2 = \frac{2.(NA^2 + NC^2) - AC^2}{4} = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow NP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \widehat{BMN} = \frac{MP^2 + MN^2 - PN^2}{2.MP.MN} = 0$$

$$(\widehat{BC, AD}) = (\widehat{MN, PM}) = \widehat{BMN} = 90^\circ$$

Vậy $BC \perp AD$

B. CHỦ ĐỀ: ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Phương án chọn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
B	B	D	C	B	D

Câu 1. (Nhận biết) Cho hai đường thẳng a, b song song. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng a . Chọn khẳng định đúng?

A. $b // (P)$

B. $b \perp (P)$

C. $b \subset (P)$

D. b cắt và không vuông góc với (P)

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng còn lại.

Câu 2. (Nhận biết) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. $SA \perp (ABCD)$. Chọn kết quả đúng:

A. $BD \perp (SAD)$.

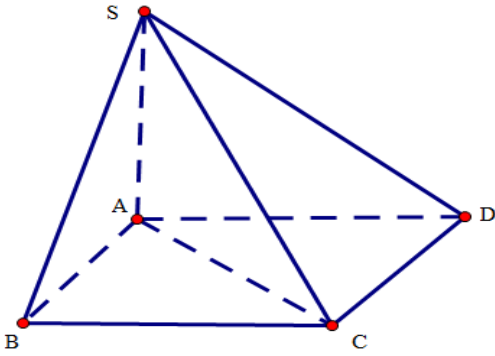
B. $BD \perp (SAC)$.

C. $BD \perp (SAB)$.

D. $BD \perp (SCD)$.

Lời giải

Chọn B



$$\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Câu 3. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, biết SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG** ?

- A. BD vuông góc với AC
- B. AC vuông góc với SD
- C. AC vuông góc với SB
- D. AC vuông góc với SA

Lời giải

Chọn D

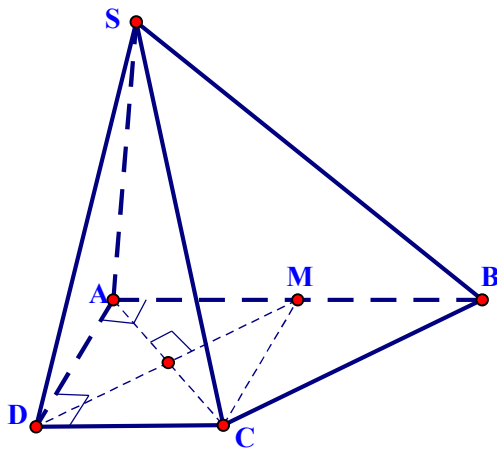
Định nghĩa: Đường thẳng d được gọi là vuông góc với $mp(\alpha)$ nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong $mp(\alpha)$

Câu 4. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D với $AB = 2AD$, $AD = CD$. Khi đó đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng :

- A. AB .
- B. AD .
- C. SC
- D. SD

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AB thì tứ giác $ADCM$ là hình vuông nên $MD \perp AC$
 Tứ giác $DMBC$ là hình bình hành vì có $MB \parallel DC$, $MB = DC \Rightarrow MD \parallel BC$
 $\Rightarrow BC \perp AC$
 Mà AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

$$\Rightarrow BC \perp SC$$

Câu 5. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

- A. BD vuông góc với $mp(SAC)$. **B.** BC vuông góc với $mp(SAB)$.
 C. AB vuông góc với $mp(SCD)$. **D.** CD vuông góc với $mp(SBC)$

Lời giải

Chọn B

Định lí 1: Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) thì $d \perp (\alpha)$

Câu 6. (Vận dụng) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, K lần lượt là tâm của hình vuông $ADD'A'$ và $(BCC'B')$. Bạn Linh giải bài toán: Chứng minh $IK \perp (BCC'B')$ theo các bước sau:

- (I) Ta có $IK // AB$
 (II) Và $AB \perp (BCC'B')$
 (III) Suy ra $IK \perp (BCC'B')$

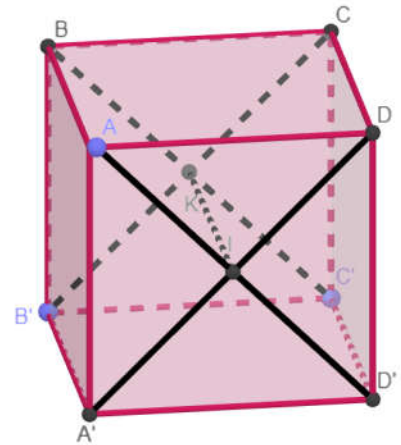
Bài giải trên sai ở bước nào?

- A. (I) **B.** (II)
 C. (III) **D.** Không sai bước nào.

Lời giải

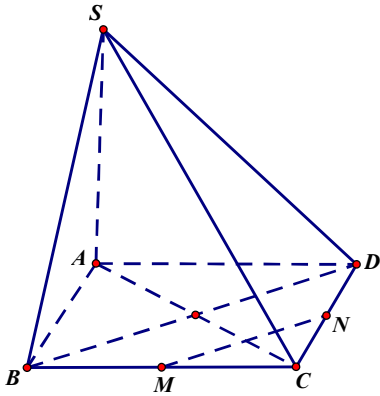
Chọn C

Định lí: Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì vuông góc với đường thẳng kia.



II. PHẦN TỰ LUẬN:

Bài 1. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Chứng minh MN vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

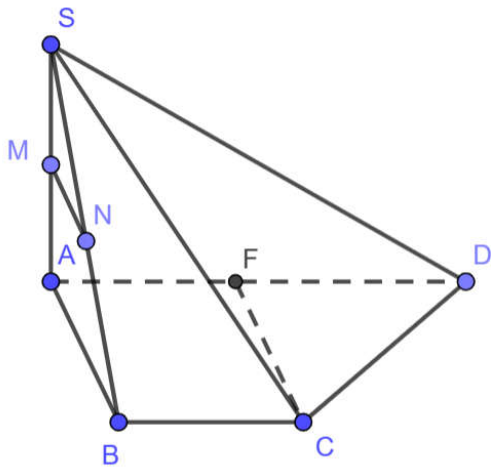


$MN \perp AC$ do MN song song $BD \perp AC$

$MN \perp SA$ SA, AC cắt nhau tại A

Vậy $MN \perp (SAC)$

Bài 2. (Thông hiểu) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Từ điểm C kẻ đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (SAD) . Chứng minh: $MN // d$.



$AB \perp AD$ và $AB \perp SA$

nên $AB \perp (SAD)$

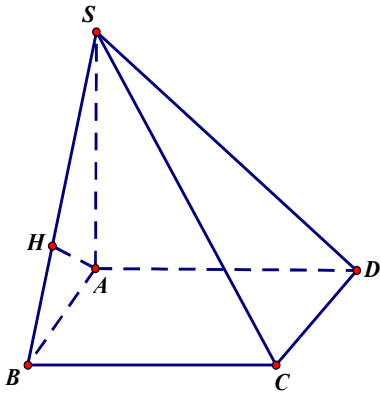
Mà $d \perp (SAD)$

Nên $AB // d$ (Định lí: Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với 1 mặt phẳng thì song song nhau)

$MN // AB$ (vì MN là đường trung bình của tam giác SAB)

Vậy $MN // d$

Bài 3. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , biết SA vuông góc với mặt đáy, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng SB . Chứng minh AH vuông góc mặt phẳng (SBC) .



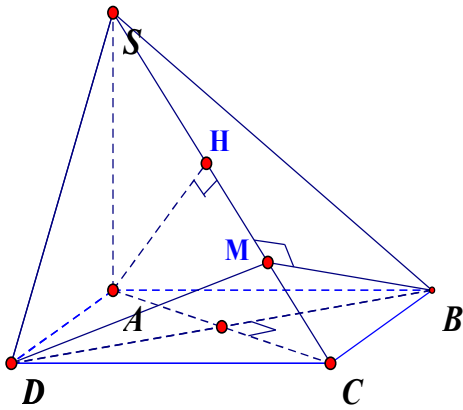
Do $BC \perp AB, BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow AH \perp BC$

$AH \perp SB$

Vậy $AH \perp (SBC)$

Câu 4. (Vận dụng) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SC (H thuộc SC), BM vuông góc với SC (M thuộc SC). Chứng minh rằng $AH \parallel (MBD)$



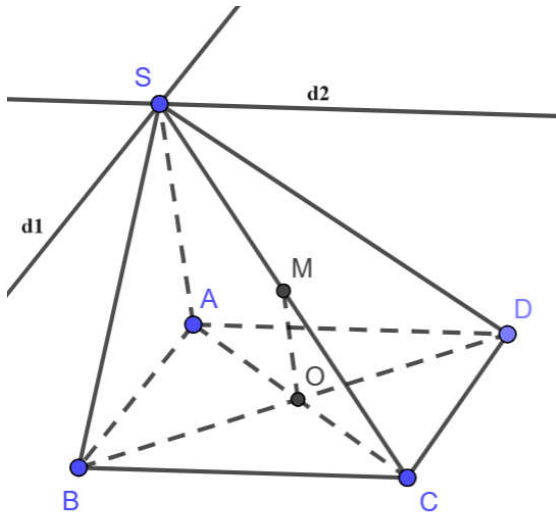
$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$$

Ta có $SC \perp MB \Rightarrow SC \perp (MBD)$ (1)

Từ giả thiết $SC \perp AH, AH \notin (MBD)$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AH \parallel (MBD)$

Bài 5. (Vận dụng cao) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi d_1 là giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SDC) , d_2 là giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Điểm O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm SC . Chứng minh OM vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai đường thẳng d_1, d_2 .



Theo đề: $(SAB) \cap (SDC) = d_1 // AB // DC \Rightarrow d_1 // (ABCD)$

$(SAD) \cap (SBC) = d_2 // AD // BC \Rightarrow d_2 // (ABCD)$

Suy ra $mp(d_1, d_2) // (ABCD)$ (1)

$OM // SA$ (Vì OM là đường trung bình của tam giác SAC)

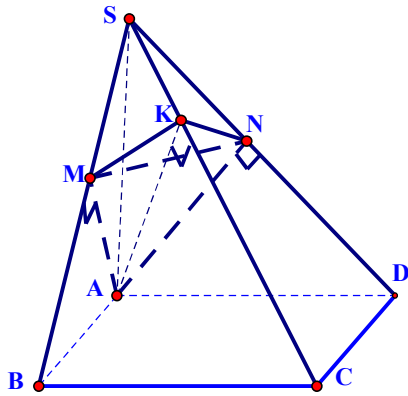
Mà $SA \perp (ABCD)$

Suy ra $OM \perp (ABCD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OM \perp mp(d_1, d_2)$

Câu 6. (Vận dụng cao) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N, K lần lượt là hình chiếu của điểm A lên SB, SD, SC . Chứng minh bốn điểm A, M, K, N cùng nằm trong một mặt phẳng.

Lời giải



$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB)

Mà $AM \perp SB$

$\Rightarrow AM \perp SC$ (1)

Tương tự $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

$\Rightarrow SD$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAD)

Mà $AN \perp SD$

$\Rightarrow AN \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow SC \perp (AMN)$

Theo đề $SC \perp AK$

Mặt phẳng (AMN) và AK có A là điểm chung và cùng vuông góc với SC nên điểm $K \in (AMN)$

Hay bốn điểm A, M, K, N cùng nằm trong một mặt phẳng.